

Formation et Analyse d'Images

James L. Crowley

ENSIMAG 3 - Option IRV

Premier Semestre 2009/2010

Séance 2

5 octobre 2009

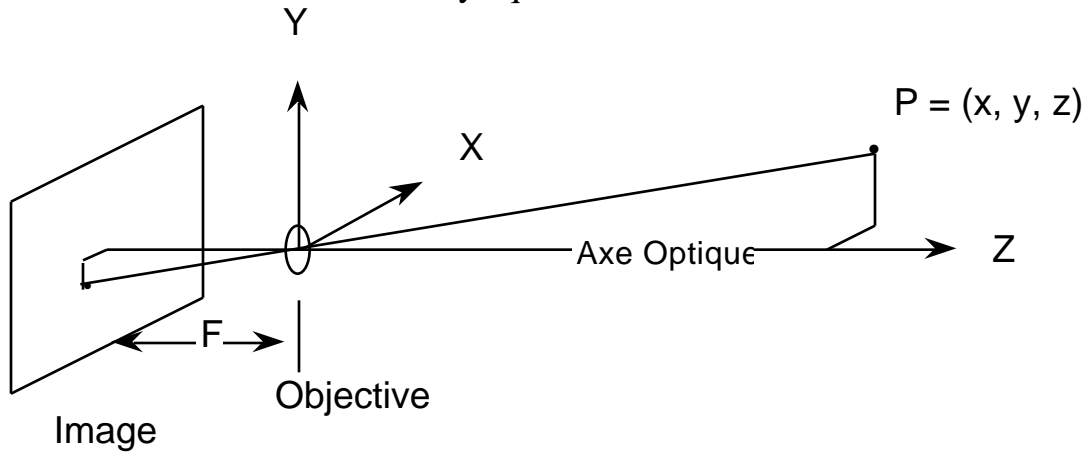
Plan de la Séance :

Modèle de la Caméra

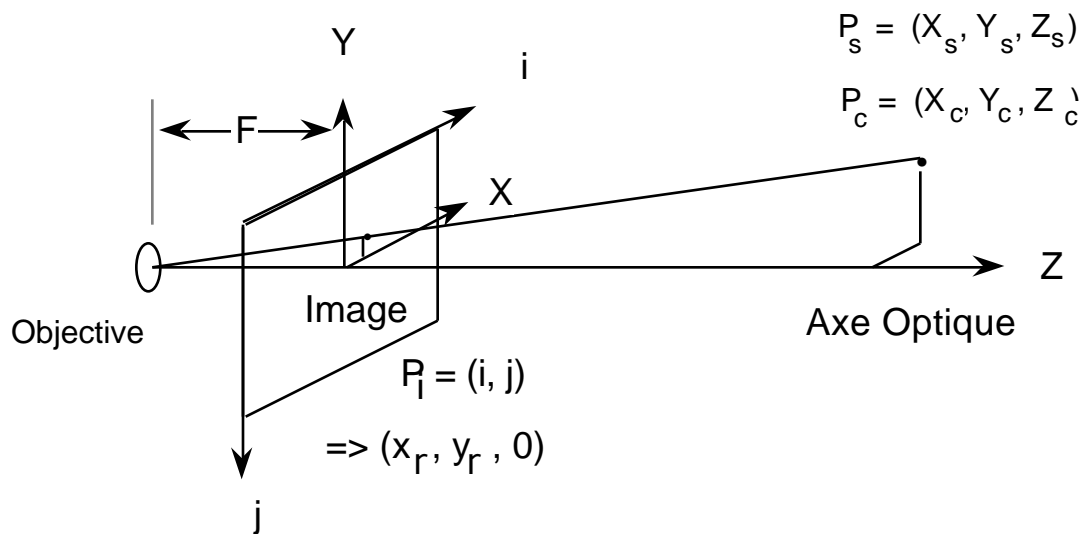
Modèle de la Caméra.....	2
Les Repères.....	2
Transformations entres reperes.....	3
La Transformation Scène - Caméra.....	3
La Projection Caméra - Rétine (Le modèle Stenope).....	5
La transformation Rétine - Image.....	7
Les paramètres Intrinsèques de la caméra.....	7
Echantillonnage et Numérisation.....	7
La Composition de la Projection Scène - Image.....	9

Modèle de la Caméra

Modèle de la Caméra Géométrie Physique



Modèle Mathématique: Projection Centrale



Les Repères

Coordonnées de la Scène :

Point Scène : $P^s = (x_s, y_s, z_s, 1)^T$

Coordonnées de la Caméra :

Point Caméra : $P^c = (x_c, y_c, z_c, 1)^T$

Point Image : $P^f = (x_r, y_r, 1)^T$

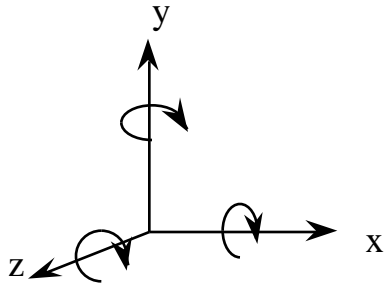
Coordonnées de l'Image :

Point Image : $P^i = (i, j, 1)^T$

Nota : En coordonnées homogènes, les points sont invariant au multiplication par un constant.

$$(i, j, 1)^T = A \cdot (i, j, 1)^T = (Ai, Aj, A)^T$$

En 3D



Au tour de l'axe X :

$$\mathbf{R}_x(\alpha) = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \cos(\alpha) & \sin(\alpha) & 0 \\ 0 & -\sin(\alpha) & \cos(\alpha) & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

l'axe Y :

$$\mathbf{R}_y(\alpha) = \begin{pmatrix} \cos(\alpha) & 0 & -\sin(\alpha) & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ \sin(\alpha) & 0 & \cos(\alpha) & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

l'axe Z :

$$\mathbf{R}_z(\alpha) = \begin{pmatrix} \cos(\alpha) & \sin(\alpha) & 0 & 0 \\ -\sin(\alpha) & \cos(\alpha) & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

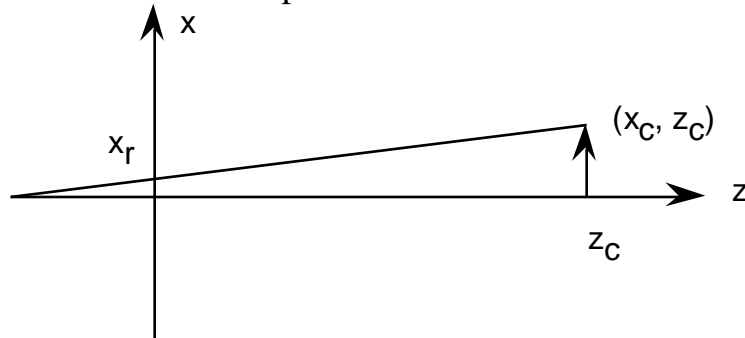
En Générale :

$$\mathbf{T} = \begin{pmatrix} \mathbf{R} & \begin{matrix} T_x \\ T_y \\ T_z \end{matrix} \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \quad \text{ou } \mathbf{R} = \mathbf{R}_z(\alpha) \mathbf{R}_y(\beta) \mathbf{R}_x(\gamma)$$

La Projection Caméra - Rétine (Le modèle Stenope)

La projection de la caméra vers la rétine est une projection perspective.

Considère une caméra 1-D dans une plan 2-D.



Dans le repère de la caméra :

$(x_c, y_c, z_c, 1)$: Point dans la scène en repère caméra

$(x_r, y_r, 1)$: Point dans la rétine en repère rétine.

Par triangles semblables :

$$\frac{x_r}{F} = \frac{x_c}{z_c} \quad x_r = x_c \frac{F}{z_c} \quad x_r \frac{z_c}{F} = x_c$$

$$\frac{y_r}{F} = \frac{y_c}{z_c} \quad y_r = y_c \frac{F}{z_c} \quad y_r \frac{z_c}{F} = y_c$$

soit : $w = \frac{z_c}{F}$

alors : $w x_r = x_c$

$w y_r = y_c$

$w = \frac{z_c}{F}$

En matrice :

$$\begin{array}{l} wx_r \\ wy_r \\ w \end{array} = \begin{array}{cccc|c} 1 & 0 & 0 & 0 & x_c \\ 0 & 1 & 0 & 0 & y_c \\ 0 & 0 & \frac{1}{F} & 0 & z_c \\ & & & & 1 \end{array}$$

La transformation du repère Caméra vers le repère Rétine est :

$$P^r = \begin{array}{l} wx_r \\ wy_r \\ w \end{array} = \mathbf{P}_c^r \mathbf{P}^c \quad \text{tel que} \quad \begin{array}{l} x_r \\ y_r \\ 1 \end{array} = \begin{array}{l} p^1/p^3 \\ p^2/p^3 \\ 1 \end{array}$$

$$\text{et donc : } \mathbf{P}_c^r = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \frac{1}{F} & 0 \end{pmatrix}$$

Noter que \mathbf{P}_c^r n'est pas inversible .

Si l'origine est dans la rétine, par triangles semblables :

$$\frac{x_r}{F} = \frac{x_c}{(F + z_c)} \quad \Rightarrow \quad x_r = \frac{x_c F}{(F + z_c)}$$

Equations de perspective:

$$x_r = \frac{x_c F}{(F + z_c)} \qquad y_r = \frac{y_c F}{(F + z_c)}$$

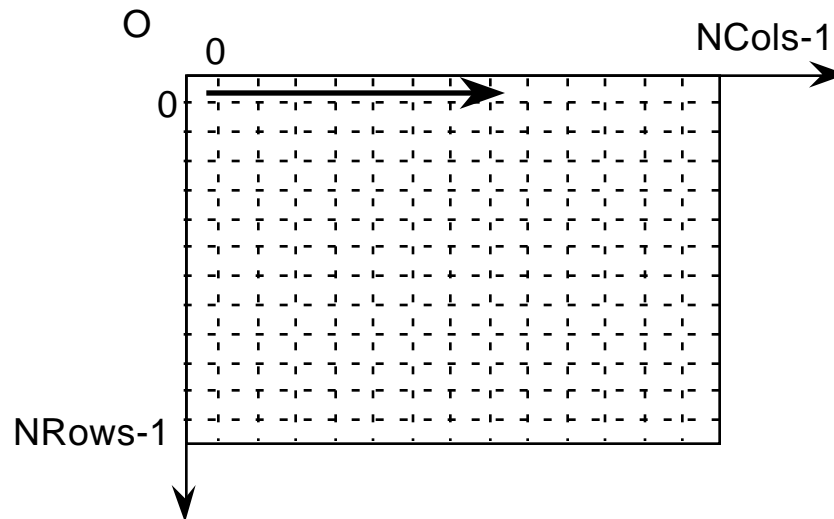
$$z_r = 0$$

$$\text{et puis : } \mathbf{P}_c^r = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \frac{1}{F} & 1 \end{pmatrix}$$

La transformation Rétine - Image

Les paramètres Intrinsèques de la caméra

La Trame : L'image est composée des "pixels" (picture elements)



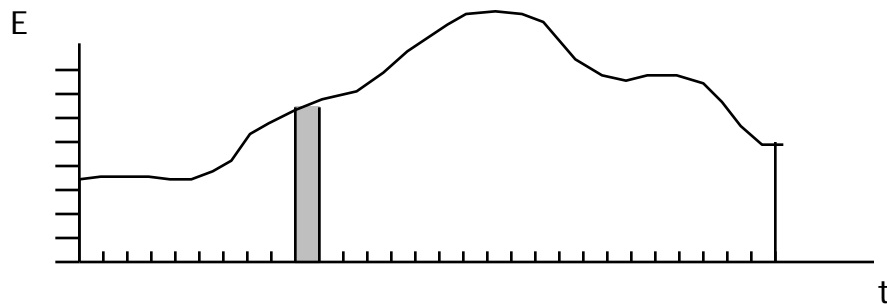
Question : Est-ce-que les pixels sont "carrés"?

Réponse : non.

Le nombre de pixels de l'image dépend de la matérielle.

Par exemple : VGA : 640 x 480

Echantillonnage et Numérisation



Les Paramètre Intrinsèque de la Caméra

F : Distance Focale
 C_i, C_j : Centre Optique de l'Image (en pixels)
 D_i, D_j : Taille Physique d'un Pixel dans la Rétine (pixel/mm)

$$i = x_r D_i (\text{mm} \cdot \text{pixel/mm}) + C_i (\text{pixel})$$

$$j = y_r D_j (\text{mm} \cdot \text{pixel/mm}) + C_j (\text{pixel})$$

Transformation entre repère de l'image et repère de la rétine :

$$P^i = C_r^i P^r$$

$$\begin{matrix} i \\ j \\ 1 \end{matrix} = \begin{matrix} D_i & 0 & C_i \\ 0 & D_j & C_j \\ 0 & 0 & 1 \end{matrix} \begin{matrix} x_r \\ y_r \\ 1 \end{matrix}$$

ou bien:

$$\begin{matrix} w_i \\ w_j \\ w \end{matrix} = \begin{matrix} D_i & 0 & C_i \\ 0 & D_j & C_j \\ 0 & 0 & 1 \end{matrix} \begin{matrix} w_{x_r} \\ w_{y_r} \\ w \end{matrix}$$

La Composition de la Projection Scène - Image

$$P^i = C_r^i P_c^r T_s^c P^s = M_s^i P^s$$

$$\begin{pmatrix} w_i \\ w_j \\ w \end{pmatrix} = M_s^i \begin{pmatrix} x_s \\ y_s \\ z_s \\ 1 \end{pmatrix}$$

et donc

$$i = \frac{w_i}{w} = \frac{M_s^1 \cdot P^s}{M_s^3 \cdot P^s} \qquad j = \frac{w_j}{w} = \frac{M_s^2 \cdot P^s}{M_s^3 \cdot P^s}$$

ou bien

$$i = \frac{w_i}{w} = \frac{M_{11} X_s + M_{12} Y_s + M_{13} Z_s + M_{14}}{M_{31} X_s + M_{32} Y_s + M_{33} Z_s + M_{34}}$$

$$j = \frac{w_j}{w} = \frac{M_{21} X_s + M_{22} Y_s + M_{23} Z_s + M_{24}}{M_{31} X_s + M_{32} Y_s + M_{33} Z_s + M_{34}}$$